Pág. 135

1.1 a) $P_{[ABD]} = \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{AD}$

$\overline{AB} = \sqrt{(0-4)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 4^2} =$

$= \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$\overline{BD} = |4 - (-2)| = |4+2| = 6$

$\overline{AD} = \sqrt{(0-4)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-2}$

$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Assim, vem que:

$P_{[ABD]} = \left(4\sqrt{2} + 6 + 2\sqrt{5}\right)$ u. c.

1.2 b $P_{[ABCD]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$

$\overline{BC} = \sqrt{(-2-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\overline{CD} = \sqrt{(0-(-2))^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} =$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Assim, vem que:

$P_{[ABCD]} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

$P_{[ABCD]} = \left(6\sqrt{2} + 4\sqrt{5}\right)$ u. c.

1.2

- $\overline{MA} = \sqrt{(5-(-2))^2 + (1-1)^2} = \sqrt{7^2 + 0^2} = 7$, ou,
  $\overline{MA} = |5 - (-2)| = |5+2| = 7$, os pontos têm a mesma ordenada
- $\overline{MR} = \sqrt{(5-(-2))^2 + (4-1)^2} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}$
- $\overline{AR} = \sqrt{(5-5)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$, ou,
  $\overline{AR} = |4-1| = 3$, os pontos têm a mesma abcissa.

Como os comprimentos dos lados são todos diferentes então o triângulo, quanto ao comprimento dos lados, é escaleno.

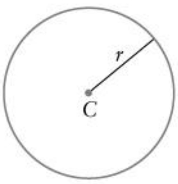
2.

$$(x+2)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (y-3)^2 \,;$$
$$\cancel{x^2} + 4x + 4 + \cancel{y^2} - 10y + 25 = \cancel{x^2} + 2x + 1 + \cancel{y^2} - 6y + 9$$
$$4x + 4 - 10y + 25 = 2x + 1 - 6y + 9$$
$$-10y + 6y = 2x + 1 + 9 - 4x - 4 - 25$$
$$-4y = -2x - 19$$
$$4y = 2x + 19$$
$$y = \frac{2x+19}{4} \,;$$

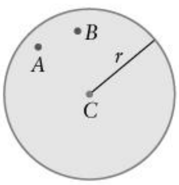
Pág. 136

3.1 Circunferência;

3.2



Circunferência de centro C e raio r é o conjunto de pontos do plano cuja distância a C é igual a r.



Círculo de centro C e raio r é o conjunto de pontos do plano cuja distância a C é menor ou igual a r. No desenho, os pontos A e B pertencem ao círculo e não pertencem à circunferência.

3.3 **a)** O conjunto de pontos do plano cuja distância ao ponto de coordenadas $(1\,,\ 2)$ é igual a 2.

b) O conjunto de pontos do plano cuja distância à origem do referencial é igual a 2.

c) O conjunto de pontos do plano cuja distância à origem do referencial é menor ou igual a 2.

Pág. 137

3.4 **a)** Circunferência: $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 4$;

Círculo: $(x+1)^2 + (y-4)^2 \leqslant 4$;

b) Circunferência: $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 3$;

Círculo: $(x+2)^2 + (y+3)^2 \leqslant 3$;

c) Circunferência: $(x+1)^2 + y^2 = 8$;

Círculo: $(x+1)^2 + y^2 \leqslant 8$.

3.5 **a)** Centro: $\left(2\,,\ \frac{1}{2}\right)$ e raio $= \sqrt{3}$;

b) $x^2 - 2x + 1 + (y-3)^2 = 1 \iff (x-1)^2 + (y-3)^2 =$

Centro: $(1\,,\ 3)$ e raio $= 1$;

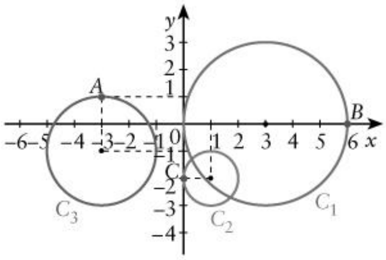
c) $x^2 + 6x + 9 + y^2 - 3 = 0 \iff (x+3)^2 + y^2 = 3$

Centro: $(-3\,,\ 0)$ e raio $= \sqrt{3}$.

3.6 **a)** $C_1:\ (x-3)^2 + y^2 = 9 \longrightarrow$ Centro: $(3\,,\ 0)$ e $r = 3$

$C_2:\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 1 \longrightarrow$ Centro: $(1\,,\ -2)$

$C_3:\ (x+3)^2 + (y+1)^2 = 4 \longrightarrow$ Centro: $(-3\,,\ -1)$



b) O ponto A pertence a C_3 e é exterior a C_1 e C_2.

O ponto B pertence a C_1 e é exterior a C_2 e C_3.

O ponto C pertence a C_2 e é exterior a C_1 e C_3.

3.7 $x^2 + 2x + 1 + y^2 + 3 = 0 \iff x^2 + 2x + 1 + y^2 = -3 \iff$

$\iff (x+1)^2 + y^2 = -3$

Temos que $r^2 = -3$, o que é impossível, logo a equação dada não pode representar uma equação. c. q. m.

Pág. 138

4.1 O ponto médio M de $[AB]$ é:

$M\left(\frac{-1+1{,}5}{2}\,,\ \frac{3+8}{2}\right) = M\left(\frac{0{,}5}{2}\,,\ \frac{11}{2}\right) = M\left(\frac{1}{4}\,,\ \frac{11}{2}\right)$;

4.2 Vamos inicialmente determinar as coordenadas do ponto C, já que este é o ponto médio, quer de $[AB]$ quer de $[DE]$.

$C\left(\frac{0+3}{2}\,,\ \frac{4+1}{2}\right) = C\left(\frac{3}{2}\,,\ \frac{5}{2}\right)$

Por outro lado

$C = D + \frac{1}{2}\overrightarrow{DE}$, seja $E(x\,,\ y)$, assim vem:

$$\left(\frac{3}{2}\,,\ \frac{5}{2}\right) = \left(2\sqrt{2}\,,\ 2\right) + \frac{1}{2}\left((x\,,\ y) - \left(2\sqrt{2}\,,\ 2\right)\right) \iff$$

$$\iff \left(\frac{3}{2}\,,\ \frac{5}{2}\right) = \left(2\sqrt{2}\,,\ 2\right) + \frac{1}{2}\left(x - 2\sqrt{2}\,,\ y - 2\right) \iff$$

$$\iff \left(\frac{3}{2}\,,\ \frac{5}{2}\right) = \left(2\sqrt{2}\,,\ 2\right) + \left(\frac{x-2\sqrt{2}}{2}\,,\ \frac{y-2}{2}\right) \iff$$

$$\iff \left(\frac{3}{2}\,,\ \frac{5}{2}\right) = \left(2\sqrt{2} + \frac{x-2\sqrt{2}}{2}\,,\ 2 + \frac{y-2}{2}\right) \iff$$

$$\iff \left(\frac{3}{2}\,,\ \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{2\sqrt{2}+x}{2}\,,\ \frac{y+2}{2}\right) \iff$$

$$\iff \begin{cases} \dfrac{2\sqrt{2}+x}{2} = \dfrac{3}{2} \\[2mm] \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{5}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} 2\sqrt{2} + x = 3 \\ y + 2 = 5 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 3 - 2\sqrt{2} \\ y = 3 \end{cases}$$

Assim, o ponto E tem coordenadas:

$E\left(3 - 2\sqrt{2}\,,\ 3\right)$.

5.1.1 $(x\,,\;y)=(0\,,\;5)+k(-2\,,\;1)\,,\;k\in\mathbb{R}\,;$ **Pág. 139**

5.1.2 $(x\,,\;y)=(0\,,\;-2)+k(-2\,,\;1)\,,\;k\in\mathbb{R}\,;$

5.1.3 $(7\,,\;y)=(0\,,\;5)+k(-2\,,\;1)\,,\;k\in\mathbb{R}$

$$\begin{cases}7=0-2k\\ y=5+k\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}-2k=7\\ y=5+k\end{cases},\;k\in\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}k=-\dfrac{7}{2}\\ y=5-\dfrac{7}{2}\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-\dfrac{7}{2}\\ y=\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

A ordenada do ponto da recta com abcissa 7 é $\frac{3}{2}$, ou seja, esse ponto tem coordenadas $\left(7\,,\;\frac{3}{2}\right)$.

5.2 **a)** $(x\,,\;y)=(-1\,,\;2)+k(2\,,\;3)\,,\;k\in\mathbb{R}\,;$

b) $(-1\,,\;4)=(-1\,,\;2)+k(2\,,\;3)\,,\;k\in\mathbb{R}$

$(-1\,,\;4)=(-1\,,\;2)+(2k\,,\;3k)\,,\;k\in\mathbb{R}$

$(-1\,,\;4)=(-1+2k\,,\;2+3k)\,,\;k\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-1+2k=-1\\ 2+3k=4\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}k=0\\ k=\dfrac{2}{3}\end{cases},\;k\in\mathbb{R}$$

Como k não é único então o ponto A não pertence à recta r.

c) $(x\,,\;y)=(-1\,,\;2)+k(2\,,\;3)\,,\;k\in\mathbb{R}$

$$\begin{cases}x=-1+2k\\ y=2+3k\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}k=\dfrac{x+1}{2}\\ k=\dfrac{y-2}{3}\end{cases},\;k\in\mathbb{R}$$

Daqui resulta que:

$$\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{3}\Leftrightarrow 3x+3=2y-4\Leftrightarrow 2y=3x+7\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{3x+7}{2}$$

6.1 **a)** $(x\,,\;y)=(1\,,\;2)+k(3\,,\;1)\,,\;k\in\mathbb{R}$ **Pág. 140**

$$\begin{cases}x=1+3k\\ y=2+k\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}k=\dfrac{x-1}{3}\\ k=y-2\end{cases},\;k\in\mathbb{R}$$

Daqui resulta que:

$$\frac{x-1}{3}=y-2\Leftrightarrow x-1=3y-6\Leftrightarrow 3y=x+5\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{x+5}{3}\Leftrightarrow y=\frac{x}{3}+\frac{5}{3}.$$

Assim, uma equação reduzida da recta r é:

$y=\frac{x}{3}+\frac{5}{3}\,;$

b) Uma equação vectorial é: $(x\,,\;y)=(1\,,\;0)+k(1\,,\;5)\,,\;k\in\mathbb{R}$

Daí que: $(x\,,\;y)=(1\,,\;0)+k(1\,,\;5)\,,\;k\in\mathbb{R}$

$$\begin{cases}x=1+k\\ y=0+5k\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}k=x-1\\ k=\dfrac{y}{5}\end{cases},\;k\in\mathbb{R}$$

Daqui resulta que:

$x-1=\frac{y}{5}\Leftrightarrow y=5x-5$

Assim, uma equação reduzida desta recta é:

$y=5x-5\,;$

c) $\overrightarrow{AB}$ é um vector director de r;

$\overrightarrow{AB}=B-A=(5\,,\;6)-(1\,,\;2)=(4\,,\;4)$

Uma equação vectorial da recta r é:

$(x\,,\;y)=(1\,,\;2)+k(4\,,\;4)\,,\;k\in\mathbb{R}$

$$\begin{cases}x=1+4k\\ y=2+4k\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}k=\dfrac{x-1}{4}\\ k=\dfrac{y-2}{4}\end{cases},\;k\in\mathbb{R}$$

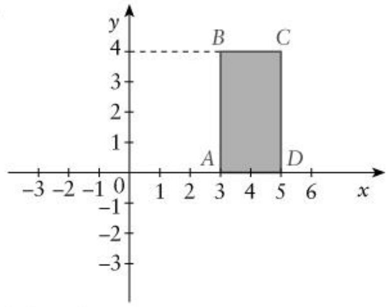
Daqui resulta que:

$$\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{4}\Leftrightarrow x-1=y-2\Leftrightarrow y=x+1$$

Assim, uma equação reduzida da recta r é:

$y=x+1\,.$

6.2 **a)**



$D\,(5\,,\;0)\,;$

b) • equação reduzida da recta que contém $[AC]$.

$\overrightarrow{AC}=C-A=(5\,,\;4)-(3\,,\;0)=(2\,,\;4)\longrightarrow$ vector director de AC

uma equação vectorial é:

$$\begin{cases}x=3+2k\\ y=0+4k\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}k=\dfrac{x-3}{2}\\ k=\dfrac{y}{4}\end{cases},\;k\in\mathbb{R}$$

Daqui resulta que:

$$\frac{x-3}{2}=\frac{y}{4}\Leftrightarrow 2x-6=y$$

Assim, uma equação reduzida de AC é:

$y=2x-6$ (contém a diagonal $[AC]$) ;

• equação reduzida da recta que contém $[BD]$.

$\overrightarrow{BD}=D-B=(5\,,\;0)-(3\,,\;4)=(2\,,\;-4)$

uma equação vectorial é:

$$\begin{cases}x=3+2k\\ y=4-4k\end{cases},\;k\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}k=\dfrac{x-3}{2}\\ k=\dfrac{4-y}{4}\end{cases},\;k\in\mathbb{R}$$

Daqui resulta que:

$$\frac{x-3}{2}=\frac{4-y}{4}\Leftrightarrow 2x-6=4-y$$
$$\Leftrightarrow y=-2x+10$$

Assim, uma equação reduzida de BD é:

$y=-2x+10$ (contém a diagonal $[BD]$) ;

7.1 $\overrightarrow{P_1P_2}=P_2-P_1=(2\,,0)-(3\,,2)=(-1\,,-2)$ **Pág. 141**

Assim, uma equação vectorial da recta P_1P_2 é:

$(x\,,\,y)=(3\,,2)+k(-1\,,-2),\;k\in\mathbb{R}$

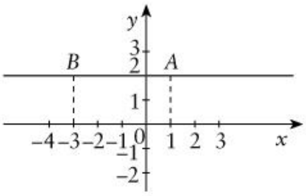
7.2 Uma equação vectorial da semi-recta $\dot{P}_1P_2$ é:

$(x\,,\,y)=(3\,,2)+k(-1\,,-2),\;k\in\mathbb{R}$

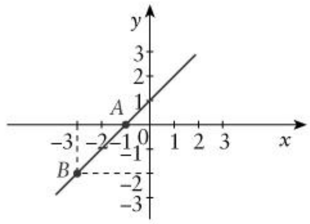
7.3 Uma equação vectorial do segmento de recta $[P_1P_2]$ é:

$(x\,,\,y)=(3\,,2)+k(-1\,,-2),\;k\in[0\,,1]$

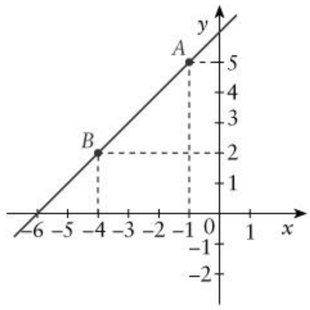
8.1 a) $m=\frac{2-2}{-3-1}=0$ **Pág. 143**



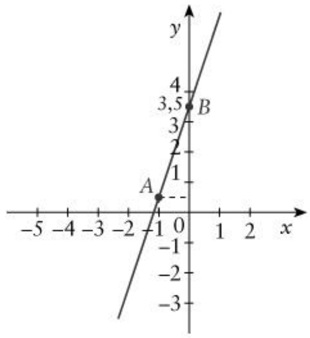
b) $m = \dfrac{-2-0}{-3-(-1)} = \dfrac{-2}{-2} = 1$



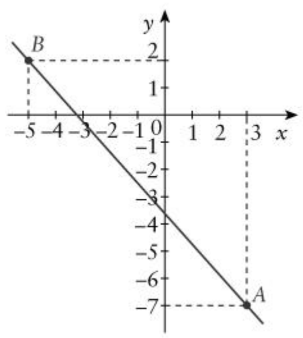
c) $m = \dfrac{2-5}{-4-(-1)} = \dfrac{-3}{-3} = 1$



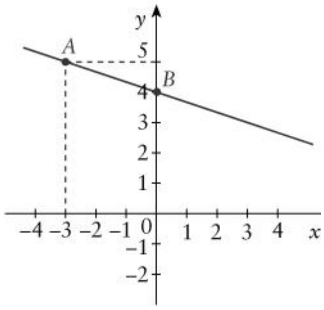
d) $m = \dfrac{3{,}5-0{,}5}{0-(-1)} = \dfrac{3}{1} = 3$



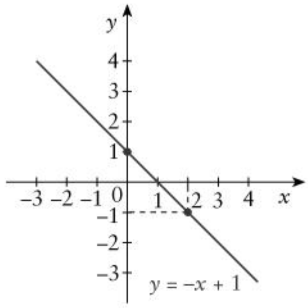
e) $m = \dfrac{2-(-7)}{-5-3} = \dfrac{2+7}{-8} = -\dfrac{9}{8}$



f) $m = \dfrac{4-5}{0-(-3)} = \dfrac{-1}{3} = -\dfrac{1}{3}$

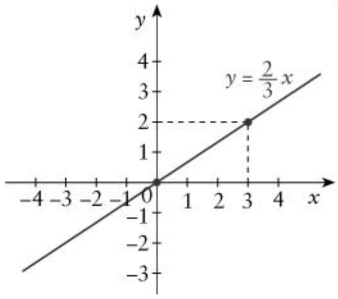


8.2 **a)** $x + y - 1 = 0 \iff y = -x + 1$



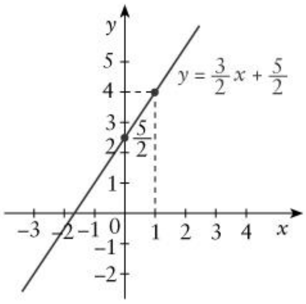
$m = -1$ e $b = 1$

b) $-2x + 3y = 0 \iff 3y = 2x \iff y = \dfrac{2}{3}x$



$m = \dfrac{2}{3}$ e $b = 0$

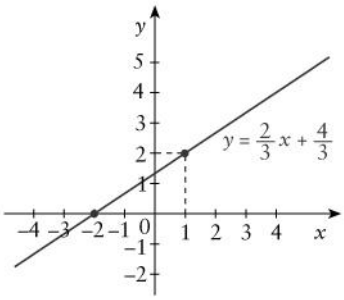
c) $-3x + 2y - 5 = 0 \iff 2y = 3x + 5 \iff y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{5}{2}$



$m = \dfrac{3}{2}$ e $b = \dfrac{5}{2}$

d) $-4x + 6y = 8 \iff 6y = 4x + 8 \iff y = \dfrac{4}{6}x + \dfrac{8}{6} \iff$

$\iff y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{4}{3}$



$m = \dfrac{2}{3}$ e $b = \dfrac{4}{3}$

8.3 **a)** O preço aumentou; **b)** O preço diminuiu;

c) O preço manteve-se constante.

9.1 $y - y_1 = m(x - x_1)$ **Pág. 144**

$y - (-3) = 2(x - (-2)) \Leftrightarrow y + 3 = 2(x + 2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y + 3 = 2x + 4 \Leftrightarrow y = 2x + 1$;

9.2 $y - y_1 = m(x - x_1) \Leftrightarrow y - (-3) = -3(x - (-2)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y + 3 = -3(x + 2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y + 3 = -3x - 6 \Leftrightarrow y = -3x - 9$;

9.3 $y - y_1 = m(x - x_1) \Leftrightarrow y + 3 = -\frac{1}{2}(x + 2) \Leftrightarrow$

$y + 3 = -\frac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - 4$;

9.4 $y - y_1 = m(x - x_1) \Leftrightarrow y + 3 = 0(x + 2) \Leftrightarrow y + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = -3$;

$m = \frac{u_2}{u_1} \Leftrightarrow m = \frac{-5}{1} \Leftrightarrow m = -5$

9.5 $y - y_1 = m(x - x_1) \Leftrightarrow y + 3 = -5(x + 2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y + 3 = -5x - 10 \Leftrightarrow y = -5x - 13$;

$m = \frac{u_2}{u_1} \Leftrightarrow m = \frac{\frac{1}{2}}{-\pi} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2\pi}$

9.6 $y - y_1 = m(x - x_1) \Leftrightarrow y + 3 = -\frac{1}{2\pi}(x + 2) \Leftrightarrow$

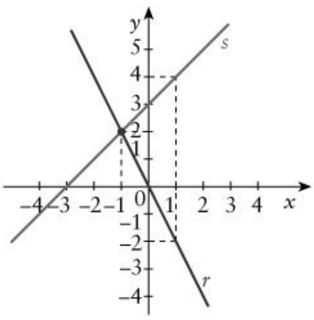
$\Leftrightarrow y + 3 = -\frac{1}{2\pi}x - \frac{1}{\pi} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2\pi}x - \frac{1}{\pi} - 3 \Leftrightarrow$

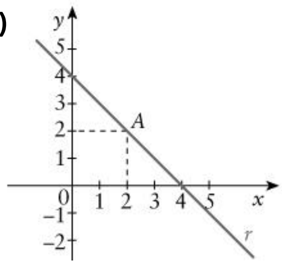
$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2\pi}x + \left(-\frac{1}{\pi} - 3\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2\pi}x + \left(\frac{-1 - 3\pi}{\pi}\right)$.

10.1 As duas rectas, r e s, são concorrentes porque têm declives diferentes. **Pág. 145**

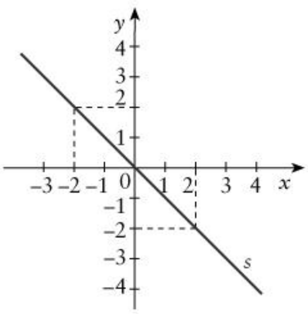


10.2 a)



b)

b)



c) Recta r

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 2 = -1(x - 2) \Leftrightarrow y - 2 = -x + 2 \Leftrightarrow y = -x + 4$

Recta s

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 0 = -1(x - 0) \Leftrightarrow y = -x$

Assim, temos que:

$r: \ y = -x + 4$;

$s: \ y = -x$.

11.1 **Pág. 147**

a) $\begin{cases} x = y \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 0y = 2 \end{cases}$

A equação $0y = 2$ é impossível. Assim, o sistema também é impossível. As rectas são estritamente paralelas.

b) $\begin{cases} y = 2 \\ \pi x + \pi y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ \pi x + 2\pi + 1 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ \pi x = -2\pi - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{-2\pi - 1}{\pi} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 - \frac{1}{\pi} \end{cases}$

O sistema é possível e determinado. As duas rectas intersectam-se no ponto de coordenadas $\left(-2 - \frac{1}{\pi}, \ 2\right)$, logo são concorrentes.

c) $\begin{cases} x = \sqrt{2}y \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}y \\ 2\sqrt{2}y + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}y \\ y(2\sqrt{2} + 1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}y \\ y = \frac{1}{2\sqrt{2} + 1} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}y \\ y = \frac{2\sqrt{2} - 1}{(2\sqrt{2} + 1)(2\sqrt{2} - 1)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}y \\ y = \frac{2\sqrt{2} - 1}{(2\sqrt{2})^2 - 1^2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}y \\ y = \frac{2\sqrt{2} - 1}{8 - 1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}\left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{7}\right) \\ y = \frac{2\sqrt{2} - 1}{7} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4 - \sqrt{2}}{7} \\ y = \frac{2\sqrt{2} - 1}{7} \end{cases}$

O sistema é possível e determinado. As duas rectas intersectam-se no ponto de coordenadas $\left(\frac{4 - \sqrt{2}}{7}, \ \frac{2\sqrt{2} - 1}{7}\right)$, logo são concorrentes.

d) $\begin{cases} 1 - x + y = 0 \\ \frac{1}{2} = \frac{x}{2} - \frac{y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + y \\ 1 = x - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + y \\ 1 = 1 + y - y \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + y \\ 0y = 0 \end{cases}$

A equação $0y = 0$ é possível e indeterminada. Assim, o sistema também é possível e indeterminado. As duas rectas são coincidentes. As soluções do sistema são todos os pares ordenados do tipo $(1 + y, \ y)$, com $y \in \mathbb{R}$.

11.2 **a)** $y = -2x + 1$;

b) Duas rectas paralelas têm o mesmo declive.

$2x + 3y - 1 = 0 \iff 3y = -2x + 1 \iff y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

Assim, vem que:

$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

12. A distância entre o ponto A e a recta de equação $3x + y - 5 = 0$ é igual a zero. Tal acontece porque o ponto A está situado sobre a recta. Assim, se substituirmos x e y pelo ponto A obtemos uma igualdade do tipo $0 = 0$ ou seja. **Pág. 148**

$3 \times 1 + 2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$.

Nota: Por lapso, a solução apresentada no manual não está correcta.

13. Seja A um ponto da recta r, de coordenadas $(0, 5)$, por exemplo. **Pág. 149**

Seja s: $3x + y - 8 = 0$

Aplicando a fórmula, vem:

$$d = \left|\frac{3\times 0 + 1\times 5 - 8}{\sqrt{3^2 + 1^2}}\right| \Leftrightarrow d = \left|\frac{-3}{\sqrt{10}}\right| \Leftrightarrow d = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

14. A área do triângulo é dada pelo semiproduto do comprimento da base pela altura. **Pág. 150**

A base é $\|\overrightarrow{AB}\|$ e a altura é $\|\overrightarrow{CM}\|$, ou seja, a distância de C à recta AB.

Recta AB: $m = \frac{2-1}{4-1} = \frac{1}{3}$;

$$y - 1 = \frac{1}{3}(x-1) \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

Recta CM: $m = -3$;

$$y - 3 = -3(x-2) \Leftrightarrow y = -3x + 9$$

Ponto M:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \\ y = -3x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = -3x + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \\ x + 2 = -9x + 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

As coordenadas do ponto M são $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

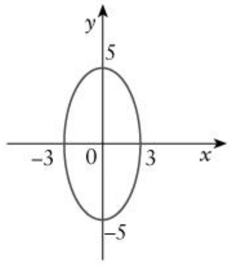
$\|\overline{CM}\|$: $\sqrt{\left(\frac{5}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 3\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$;

$\|\overline{AB}\|$: $\sqrt{(4-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10}$

$$Área = \frac{\|\overline{AB}\| \times \|\overline{CM}\|}{2} = \frac{\sqrt{\frac{5}{2}} \times \sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{25}}{2} = 2{,}5$$

15. 1 a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1 \iff \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ **Pág. 154**

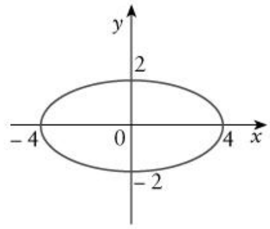
daí que $a = 3$ e $b = 5$ $(a < b)$



b) $4x^2 + 16y^2 = 64 \iff \frac{4x^2}{64} + \frac{16y^2}{64} = \frac{64}{64} \iff \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \iff$

$\iff \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$

daí que $a = 4$ e $b = 2$ $(a > b)$



15.2 a) $\frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \iff \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$;

b) $\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \iff \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$.

16. A explosão registou-se sobre um dos ramos da hipérbole $\frac{x^2}{115\,600} - \frac{y^2}{24\,884\,400} = 1$ de focos onde se situam os receptores A e B $(d_A - d_B = 680 \text{ m})$. **Pág. 157**

1. $\overrightarrow{AB} = B - A = (3, 5) - (1, 2) = (2, 3)$ **Pág. 158**

Daí que $(2, 3)$ é um vector director de AB.

Como $(-2, -3) = -1(2, 3)$, então os vect- res. Assim, uma equação vectorial de AB é:

$(x, y) = (3, 5) + k(-2, -3)$, $k \in \mathbb{R}$

Resposta: **(D)**.

2. $y - 0 = m(x - a) \Leftrightarrow y = mx - ma$

Uma vez que a inclinação da recta é negativa ou seja, declive menor que zero $(m < 0)$, então $y = -x + a$.

Resposta: (C)

3. Determinação das coordenadas do ponto médio (M)

$$\left(\frac{a+0}{2}, \frac{0+b}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

Determinação do declive da recta, utilizando os pontos

$M: \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ e $O: (0, 0)$

$$m = \frac{\frac{a}{2} - 0}{\frac{b}{2} - 0} \Leftrightarrow m = \frac{a}{b}$$

Equação da recta

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 0 = \frac{a}{b}(x - 0) \Leftrightarrow y = \frac{a}{b}x$

Resposta: (B)

4. $d_1:\ y=\frac{5}{2}x$, $m=\frac{5}{2}$

$d_2:\ y=\frac{2}{5}x+\frac{1}{5}$, $m=\frac{2}{5}$

$d_3:\ y=\frac{-2+2x}{3}$, $m=\frac{2}{3}$

$d_4:\ y=\frac{4x+1}{6}$, $m=\frac{2}{3}$

$d_5:\ -2y+5x-\sqrt{2}=0 \iff 2y=5x-\sqrt{2} \iff y=\frac{5}{2}x-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$m=\frac{5}{2}$

$m_{d_1}=m_{d_5}$

Resposta: **(C)** .

5. $\begin{cases}2x+y-1=0\\ y=\frac{-5-6x}{3}\end{cases} \iff \begin{cases}y=-2x+1\\ -2x+1=\frac{-5-6x}{3}\end{cases} \iff \begin{cases}y=-2x+1\\ -6x+3=-5-6x\end{cases}$

$\iff \begin{cases}y=-2x+1\\ -6x+6x=-5-3\end{cases} \iff \begin{cases}y=-2x+1\\ 0x=-8\end{cases}$

A equação $0x=-8$ é impossível.

O sistema também é impossível, logo não tem solução.

Resposta: **(A)** .

6. $-2\times(-2)-\sqrt{3}\times(-3)-2\sqrt{3}\leqslant 0$

$4+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}\leqslant 0 \iff 4+\sqrt{3}\leqslant 0$ (Falso)

Logo, a opção **(A)** é excluída;

$-2\times 0-\sqrt{3}\times\left(-2\sqrt{3}\right)-2\sqrt{3}\leqslant 0$

$6-2\sqrt{3}\leqslant 0$ (Falso)

Logo, a opção **(B)** é excluída;

$-2\times\left(-\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\times 0-2\sqrt{3}\leqslant 0$

$2\sqrt{2}-2\sqrt{3}\leqslant 0$ (Verdade)

Logo, a opção **(C)** é verdadeira;

$-2\times(-2)-\sqrt{3}\times 0-2\sqrt{3}\leqslant 0$

$4-2\sqrt{3}\leqslant 0$ (Falso)

a opção **(D)** é excluída.

Resposta: **(C)** .

Pág. 159

7.1 Um vector director da recta MN é, por exemplo, $\overrightarrow{MN}$.

$\overrightarrow{MN}=N-M=\left(-1\ ,\ \frac{1}{2}\right)-(-1\ ,\ 2)=\left(0\ ,\ -\frac{3}{2}\right)$

Assim, uma equação vectorial da recta MN é:

$(x\ ,\ y)=(-1\ ,\ 2)+k\left(0\ ,\ -\frac{3}{2}\right)\ ,\ k\in\mathbb{R}$;

7.2 Duas rectas paralelas têm a mesma direcção. Assim, se a recta AB tem a direcção do vector de coordenadas $(-1\ ,\ 3)$, um vector da recta pedida terá de ser colinear com este.

Por exemplo, $(-2\ ,\ 6)$. Daí que: $m=\frac{6}{-2}=-3$.

Aplicando a fórmula $y-y_1=m(x-x_1)$, vem que:

$y-2=-3(x+1) \iff y-2=-3x-3 \iff y=-3x-1$;

7.3 $(x\ ,\ 0)=(-1\ ,\ 2)+k(-1\ ,\ 3)\ ,\ k\in\mathbb{R}$

$(x\ ,\ 0)=(-1-k\ ,\ 2+3k)\ ,\ k\in\mathbb{R}$

$\begin{cases}x=-1-k\\ 0=2+3k\end{cases} ,\ k\in\mathbb{R} \iff \begin{cases}x=-1+\frac{2}{3}\\ k=-\frac{2}{3}\end{cases} \iff \begin{cases}x=-\frac{1}{3}\\ k=-\frac{2}{3}\end{cases}$

O ponto pedido tem as seguintes coordenadas: $\left(-\frac{1}{3}\ ,\ 0\right)$;

7.4 Se as rectas são paralelas então têm a mesma direcção, daqui resulta que:

$(x\ ,\ y)=\left(-1\ ,\ \frac{1}{2}\right)+k(-1\ ,\ 3)\ ,\ k\in\mathbb{R}_0^+$.

8.1 No referencial o.n. assinala-se o ponto dado.

Partindo desse ponto desloca-se o lápis u_1 unidades na horizontal e u_2 unidades na vertical, sendo $\vec{u}=(u_1\ ,\ u_2)$ um vector director da recta.

Se $u_1<0$, desloca-se o lápis para a esquerda;

se $u_1>0$, desloca-se o lápis para a direita;

se $u_2<0$, desloca-se o lápis para baixo e

se $u_2>0$, desloca-se o lápis para cima.

8.2 Substituindo, na equação da recta dada, x pela abcissa do ponto e y pela ordenada do ponto.

Se a igualdade obtida for verdadeira o ponto pertence à recta, no caso da igualdade obtida ser falsa o ponto não pertence à recta.

8.3 Verificando se os seus vectores directores são colineares. Caso sejam, as duas rectas são paralelas.

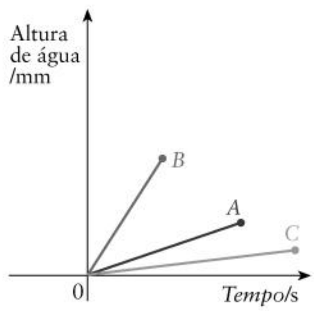
8.4 Substituindo, na inequação dada, x pela abcissa do ponto dado e y pela ordenada.

Caso se obtenha uma desigualdade verdadeira, o ponto pertence ao semiplano considerado, caso contrário, não pertence.

9.1 A recta OB tem maior declive que a recta OA . O ângulo que a recta OB forma com a parte positiva do exio Ox , é agudo, e superior ao ângulo agudo que a recta OA forma com a mesma parte do eixo Ox .

9.2 O gráfico contido na recta OB . A altura do copo C_1 é superior à altura do copo C_2 e o copo C_1 demora o mesmo tempo a ficar cheio que o copo C_2 .

9.3



O declive é menor.

10.1 2,5 anos.

10.2 A Ana à nascença tinha mais 10 cm que a Inês.

10.3 Dois pontos pertencentes à recta AB são:

$A(2{,}5\ ;\ 80)$ e $B(0\ ,\ 40)$

$m=\frac{40-80}{0-2{,}5}=\frac{-40}{-2{,}5}=16$

$y-y_1=m(x-x_1)$

$y-40=16(x-0) \iff y=16x+40$.

10.4 Dois pontos pertencentes à recta AC são:

$A(2{,}5\ ;\ 80)$ e $C(0\ ,\ 50)$

$m=\frac{50-80}{0-2{,}5}=\frac{-30}{-2{,}5}=12$

10.5 $y=16x+40$

se $x=5$, $y=16\times 5+40 \iff y=120$

A Inês aos cinco anos de idade media 1,2 metros.

11. $\begin{cases} \sqrt{(x+3)^2+(y-1)^2} = \sqrt{(x-0)^2+(y-4)^2} \\ \sqrt{(x-2)^2+(y+5)^2} = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\sqrt{(x+3)^2+(y-1)^2}\right]^2 = \left[\sqrt{x^2+(y-4)^2}\right]^2 \\ \left[\sqrt{(x-2)^2+(y+5)^2}\right]^2 = 3^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)^2+(y-1)^2 = x^2+(y-4)^2 \\ (x-2)^2+(y+5)^2 = 9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+6x+9+y^2-2y+1 = x^2+y^2-8y+16 \\ x^2-4x+4+y^2+10y+25 = 9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x+6y-6=0 \\ x^2+y^2-4x+10y+20=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+1 \\ x^2+(-x+1)^2-4x+10(-x+1)+20=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+1 \\ 2x^2-16x+31=0 \end{cases}$

Recorrendo à fórmula resolvente, vem:

$2x^2-16x+31=0$

$\Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{256-248}}{4}$

$\Leftrightarrow x = 4+\frac{\sqrt{2}}{2} \vee x = 4-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Se:

- $x = 4+\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow y = -\left(4+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+1 \Leftrightarrow y = -3-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x = 4-\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow y = -\left(4-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+1 \Leftrightarrow y = -3+\frac{\sqrt{2}}{2}$

Logo, existem duas soluções:

$\left(4+\frac{\sqrt{2}}{2}, -3-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ou $\left(4-\frac{\sqrt{2}}{2}, -3+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$