1.1 a) $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \sqrt{9} \vee x = -\sqrt{9}$ **Pág. 59**

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3$

$S = \{-3\,,\,3\}$

b) $x^2 = 100 \Leftrightarrow x = \sqrt{100} \vee x = -\sqrt{100} \Leftrightarrow x = 10 \vee x = -10$

$S = \{-10\,,\,10\}$

c) $x^4 = 10\,000 \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{10\,000} \vee x = \sqrt[4]{10\,000}$

$\Leftrightarrow x = 10 \vee x = -10$

$S = \{-10\,,\,10\}$

d) $x^6 = -16 \Leftrightarrow x = \sqrt[6]{-16}$

$x = \sqrt[6]{-16}$ não é um número real.

Uma vez que $\forall x \in \mathbb{R},\ x^6 \geq 0,$ a equação é impossível.

$S = \{\ \}$

e) $x^3 = 27 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{27} \Leftrightarrow x = 3$

$S = \{3\}$

f) $x^7 = -1 \Leftrightarrow x = \sqrt[7]{-1} \Leftrightarrow x = -1$

$S = \{-1\}$

g) $x^5 = -32 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{-32} \Leftrightarrow x = -2$

$S = \{-2\}$

h) $x^8 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$S = \{0\}$

i) $x^3 = -\frac{1}{64} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$

$S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$

1.2 4,8 (1 c.d.)

1.3 $A = \pi r^2 \Leftrightarrow 19{,}635 = \pi r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{19{,}635}{\pi} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{19{,}635}{\pi}}$

$P = 2\pi r \Leftrightarrow P = 2\pi\sqrt{\frac{19{,}635}{\pi}} \Leftrightarrow P = \sqrt{\frac{(2\pi)^2 \times 19{,}635}{\pi}}$

$\Leftrightarrow P = \sqrt{4\pi \times 19{,}635} \Leftrightarrow P = 15{,}7$

O perímetro do círculo, com aproximação às décimas do centímetro, é 15,7 cm.

2.1 a) $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$ **Pág. 60**

b) $\sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{2}{5}}$

2.2 a) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

b) $5^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{5}$

c) $a^{\frac{5}{9}} = \sqrt[9]{a^5}$

2.3 a) 1.º membro $= \sqrt{5} \times \sqrt{6} = 5^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{2}} = (5 \times 6)^{\frac{1}{2}} = 30^{\frac{1}{2}} = \sqrt{30}$

$=$ 2.º membro

b) 1.º membro $= \sqrt[3]{20} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{10} = 20^{\frac{1}{3}} : 2^{\frac{1}{3}} = (20 : 2)^{\frac{1}{3}} = 10^{\frac{1}{3}} =$

$= \sqrt[3]{10} =$ 2.º membro

c) 1.º membro $= \sqrt[3]{\sqrt{5}} = \left(\sqrt{5}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{5}$

$=$ 2.º membro

2.4 a) $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} = 3{,}0$ (1 c. d.)

b) $\sqrt[5]{5} + 2\sqrt[4]{3} = 4{,}0$ (1 c. d.)

2.5 a) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2} \times 2\sqrt{2} = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{12} : \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{12 : 6} \times \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{2 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

c) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

d) $\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = 4\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{5}$

e) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 - 3\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} - 3\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{4} = -2\sqrt[3]{4}$

f) $\left(2 - \sqrt{3}\right)\left(2 + \sqrt{3}\right) = 4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 4 - 3 = 1$

3.1 a) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2}$ **Pág. 62**

$= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

b) $\sqrt{20} + \sqrt{125} = \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{25 \times 5}$

$= 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$

c) $\sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{150} = \sqrt{4 \times 6} + \sqrt{9 \times 6} - \sqrt{25 \times 6}$

$= 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 5\sqrt{6} = 0$

d) $\sqrt{75} + 12\sqrt{48} - \sqrt{108} = \sqrt{25 \times 3} + 12\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{36 \times 3}$

$= 5\sqrt{3} + 48\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 47\sqrt{3}$

e) $4\sqrt{147} + 3\sqrt{\frac{4}{3}} - 2\sqrt{192} = 4\sqrt{49 \times 3} + \sqrt{\frac{3^2 \times 4}{3}} - 2\sqrt{64 \times 3}$

$= 28\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 16\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$

f) $\sqrt[3]{-16} - \sqrt[3]{-81} + \sqrt[3]{\frac{2}{27}} = \sqrt[3]{-8 \times 2} - \sqrt[3]{-27 \times 3} + \sqrt[3]{\frac{2}{3^3}}$

$= -2\sqrt[3]{2} - \left(-3\sqrt[3]{3}\right) + \frac{1}{3}\sqrt[3]{2} = -\frac{5}{3}\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{3}$

3.2 a) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3 \times 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{3}}{\sqrt{3}\,\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2 \times 3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\left(\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right)} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1$

e) $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\left(\sqrt{2} + 1\right)\left(\sqrt{2} - 1\right)} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - 1$

f) $\frac{1}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\left(3\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)}$

$= \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{18 + 3\sqrt{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\sqrt{3} - 3} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{3}}{15}$

3.3 a) $\sqrt{2} : \sqrt{5} = \dfrac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$

b) $\sqrt{3} : \left(2\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow = \dfrac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2 \times 2} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$

4.1 $\sqrt{(x+1)^2}$ **Pág. 63**

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : (x+1)^2 \geq 0\right\}$

$\forall x, (x+1)^2 \geq 0$

$D = \mathbb{R}$

4.2 $\sqrt{x+1}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x+1 \geq 0\}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -1\}$

$D = [-1, +\infty[$

4.3 $\sqrt[4]{-x^2+1}$

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : -x^2+1 \geq 0\right\}$

$-x^2+1 = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow (1-x)(1+x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
1 - x	+	+	+	0	-
1 + x	-	0	+	+	+
(1-x) (1+x)	-	**0**	**+**	**0**	-

$D = [-1, 1]$

4.4 $\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^3}}$

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : x^3 > 0\right\}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

4.5 $\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+2}}$

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : \dfrac{x-1}{x+2} \geq 0\right\}$

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$
$x - 1$	-	-	-	0	+
$x + 2$	-	0	+	+	+
$\dfrac{x-1}{x+2}$	**+**	S.S .	-	**0**	**+**

$D =]-\infty, -2[\cup]1, +\infty]$

---

5. $\sqrt{x-1} = 13 - x \Rightarrow \left(\sqrt{x-1}\right)^2 = (13-x)^2$ **Pág. 64**

$\Leftrightarrow x - 1 = 169 - 26x + x^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 27x + 170 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{27 \pm \sqrt{729 - 680}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 17 \vee x = 10$

Verificação

Se $x = 17$, vem:

$\sqrt{17-1} = 13 - 17 \Leftrightarrow \sqrt{16} = -4$, o que é falso.

Se $x = 10$, vem:

$\sqrt{10-1} = 13 - 10 \Leftrightarrow \sqrt{9} = 3$, o que é verdadeiro.

Logo,

$S = \{10\}$

---

6. $x + \sqrt{x+1} = 1$ **Pág. 65**

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1 - x \Rightarrow \left(\sqrt{x+1}\right)^2 = (1-x)^2$

$\Leftrightarrow x + 1 = 1 - 2x + x^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x-3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$

Verificação

Se $x = 0$, vem:

$0 + \sqrt{0+1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{1} = 1$, o que é verdadeiro.

Se $x = 10$, vem:

$3 + \sqrt{3+1} = 1 \Leftrightarrow 3 + \sqrt{4} = 1$, o que é falso.

Logo,

$S = \{0\}$

7.1 $(3x+4)^{\frac{1}{2}} \geq 2$

Começa-se por resolver a equação:

$(3x+4)^{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \left[(3x+4)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = 2^2$

$\Leftrightarrow 3x + 4 = 4 \Leftrightarrow x = 0$

Verificação

Para $x = 0$, vem:

$(3 \times 0 + 4)^{\frac{1}{2}} = 2 \Leftrightarrow 4^{\frac{1}{2}} = 2$, o que é verdadeiro.

x	$-\infty$	$-\dfrac{4}{3}$		0	$+\infty$
$(3x+4)^{\frac{1}{2}} - 2$	S.S.	0	-	**0**	**+**

$S = [0, +\infty[$

7.2 $(15-2x)^{\frac{1}{2}} - x > 0$

Começa-se por resolver a equação:

$(15-2x)^{\frac{1}{2}} - x = 0 \Rightarrow \left[(15-2x)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = x^2$

$\Leftrightarrow 15 - 2x = x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+60}}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{64}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -5$

Verificação

Se $x = 3$, vem:

$(15 - 2 \times 3)^{\frac{1}{2}} - 3 = 0 \Leftrightarrow 9^{\frac{1}{2}} - 3 = 0$, o que é verdadeiro.

Se $x = -5$, vem:

$[15 - 2 \times (-5)]^{\frac{1}{2}} - (-5) = 0 \Leftrightarrow 25^{\frac{1}{2}} + 5 = 0$, o que é falso.

x	$-\infty$	3		$\dfrac{15}{2}$	$+\infty$
$(15-2x)^{\frac{1}{2}} - x$	+	0	-	0	S.S.

$S =]-\infty, 3[$

8.1 $\sqrt{2x-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = 1$ **Pág. 66**

$\Rightarrow \left(\sqrt{2x-1}\right)^2 = 1^2$

$\Leftrightarrow 2x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 1$

Verificação

Para $x = 1$, vem:

$\sqrt{2\times 1 - 1} - 1 = 0$, o que é verdadeiro.

$S = \{1\}$

8.2 $\sqrt{3x+5} = -2 \Rightarrow \left(\sqrt{3x+5}\right)^2 = (-2)^2$

$\Leftrightarrow 3x+5 = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

Verificação

Para $x = -\frac{1}{3}$, vem:

$\sqrt{3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+5} = -2 \Leftrightarrow \sqrt{4} = -2$, o que é falso.

$S = \{\ \}$

8.3 $\sqrt[3]{1-2x} = 3 \Rightarrow \left(\sqrt[3]{1-2x}\right)^3 = 3^3$

$\Leftrightarrow 1-2x = 27 \Leftrightarrow x = -13$

Verificação

Para $x = -13$, vem:

$\sqrt[3]{1-2\cdot(-13)} = 3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{27} = 3$, o que é verdadeiro.

$S = \{-13\}$

8.4 $\sqrt{12-x} - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{12-x} = x$

$\Rightarrow \left(\sqrt{12-x}\right)^2 = x^2$

$\Leftrightarrow 12 - x = x^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1\pm\sqrt{49}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -4$

Verificação

Se $x = 3$, vem:

$\sqrt{12-3} - 3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{9} - 3 = 0$, o que é verdadeiro.

Se $x = -4$, vem:

$\sqrt{12-(-4)} - (-4) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{16} + 4 = 0$, o que é falso.

$S = \{3\}$

8.5 $\sqrt{3x+1} = 3 - x \Rightarrow \left(\sqrt{3x+1}\right)^2 = (3-x)^2$

$\Leftrightarrow 3x+1 = 9 - 6x + x^2 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{9\pm\sqrt{81-32}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9\pm\sqrt{49}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 8 \vee x = 1$

Verificação

Se $x = 8$, vem:

$\sqrt{3\times 8+1} = 3 - 8 \Leftrightarrow \sqrt{25} = -5$, o que é falso.

Se $x = 1$, vem:

$\sqrt{3\times 1+1} = 3 - 1 \Leftrightarrow \sqrt{4} = 2$, o que é verdadeiro.

$S = \{1\}$

8.6 $\sqrt{3-2\sqrt{x}} - \sqrt{x} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{3-2\sqrt{x}} = \sqrt{x}$

$\Rightarrow \left(\sqrt{3-2\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\sqrt{x}\right)^2$

$\Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{x} = x \Leftrightarrow 3 - x = 2\sqrt{x}$

$\Rightarrow (3-x)^2 = \left(2\sqrt{x}\right)^2$

$\Leftrightarrow 9 - 6x + x^2 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{10\pm\sqrt{100-36}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{10\pm\sqrt{64}}{2} \Leftrightarrow x = 9 \vee x = 1$

Verificação

Se $x = 9$, vem:

$\sqrt{3-2\sqrt{9}} - \sqrt{9} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{-3} - \sqrt{9} = 0$, o que é falso.

Se $x = 1$, vem:

$\sqrt{3-2\sqrt{1}} - \sqrt{1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1} - \sqrt{1} = 0$, o que é verdadeiro.

$S = \{1\}$

8.7 $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x+1} = \sqrt{x-1}$

$\Rightarrow \left(\sqrt{3x+1}\right)^2 = \left(\sqrt{x-1}\right)^2$

$\Leftrightarrow 3x+1 = x-1 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$

Verificação

Para $x = -1$, vem:

$\sqrt{3\times(-1)+1} = \sqrt{-1-1} \Leftrightarrow \sqrt{-2} = \sqrt{-2}$, impossível.

$S = \{\ \}$

8.8 $\frac{x}{2} = (x-1)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left[(x-1)^{\frac{1}{2}}\right]^2$

$\Leftrightarrow \frac{x^2}{4} = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2} \Leftrightarrow x = 2$

Verificação

Para $x = 2$, vem:

$\frac{2}{2} = \sqrt{2-1}$, o que é verdadeiro.

$S = \{2\}$

8.9 $(2x+3)^{\frac{1}{2}} = 1 + (x+1)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \left[(2x+3)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \left[1+(x+1)^{\frac{1}{2}}\right]^2$

$\Leftrightarrow 2x+3 = 1 + 2\cdot(x+1)^{\frac{1}{2}} + (x+1)$

$\Leftrightarrow x+1 = 2\cdot(x+1)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow (x+1)^2 = \left[2\cdot(x+1)^{\frac{1}{2}}\right]^2$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 4\cdot(x+1)$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{16}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -1$

Verificação

Se $x = 3$, vem:

$(2\times 3+3)^{\frac{1}{2}} = 1 + (3+1)^{\frac{1}{2}}$, o que é verdadeiro.

Se $x = -1$, vem:

$[2.(-1)+3]^{\frac{1}{2}} = 1 + (-1+1)^{\frac{1}{2}}$, o que é verdadeiro.

$S = \{-1, 3\}$

9.1 Seja r o raio de uma esfera. **Pág. 67**

Volume das três esferas: $3\times\frac{4}{3}\pi r^3$

Volume da caixa = área da base $\times$ altura

$= \pi r^2 \times 6r$

$= 6\pi r^3$

Volume da caixa não ocupado: $6\pi r^3 - 4\pi r^3 = 2\pi r^3$

Metade do volume das três esferas: $4\pi r^3 : 2 = 2\pi r^3$

Assim, o volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

9.2 $6\,\pi r^3 = 1205{,}76$

$\Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{1205{,}76}{6\pi}} \Leftrightarrow r \approx 4$

O raio da esfera é, aproximadamente, 4 cm.

---

1. $A_{\text{rectângulo}} = A_{\text{quadrado}} = 27$. **Pág. 68**

Se x designa a medida do comprimento do lado do quadrado, $x > 0$ e temos que:

$x^2 = 27 \Leftrightarrow x = \sqrt{27} \Leftrightarrow x = \sqrt{3^2 \times 3} \Leftrightarrow x = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow x = 3 \times \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 3\sqrt{3}$

Resposta: **(B)** .

2. $\overline{AG}^2 = 8^2 + 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AG}^2 = 64 + 9 + 16 \Leftrightarrow \overline{AG}^2 = 89$;

$\overline{AG} = \sqrt{89}$

Resposta: **(A)** .

3.
- Área total do cubo: $54\ \text{cm}^2$ $(79 - 25)$;
- Área de uma das faces: $9\ \text{cm}^2$ $(54 : 6)$;
- Medida da aresta do cubo: 3 cm $\left(\sqrt{9}\right)$.

Resposta: **(B)** .

4.
- Área da superfície total da caixa cúbica: $72\ \text{cm}^2$;
- Área da superfície de uma das faces da caixa cúbica: $12\ \text{cm}^2$ $(72 : 6)$;
- Comprimento da fita: $12 \times \sqrt{12} = 12 \times \sqrt{2^2 \times 3} = 12 \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3}$ $= 12 \times 2 \times \sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

Resposta: **(D)** .

5. $\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1{,}618\,03$ (5 c. d.)

Resposta: **(C)** .

6. $A_{[ABCD]} = 2 \times A_{[BECF]}$

$\sqrt{3} = 2 \times A_{[BECF]}$

$A_{[BECF]} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Resposta: **(C)** .

7. $\dfrac{3\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}} = \dfrac{\left(3\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}\right)}{\left(2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}\right)} =$

$= \dfrac{3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{3} - \sqrt{3} \times 2\sqrt{5} - \sqrt{3} \times 3\sqrt{3}}{\left(2\sqrt{5}\right)^2 - \left(3\sqrt{3}\right)^2} =$

$= \dfrac{6\sqrt{5 \times 5} + 9\sqrt{5 \times 3} - 2\sqrt{5 \times 3} - 3\sqrt{3 \times 3}}{20 - 27} =$

$= \dfrac{6 \times 5 + 9\sqrt{15} - 2\sqrt{15} - 3 \times 3}{-7} = \dfrac{30 + 7\sqrt{15} - 9}{-7} =$

$= \dfrac{21 + 7\sqrt{15}}{-7} = -\dfrac{21}{7} - \dfrac{7\sqrt{15}}{7} = -3 - \sqrt{15}$

Resposta: **(B)** .

8.1 Perímetro da base (P) : $2\pi r$ **Pág. 69**

Geratriz (g) :

$g^2 = r^2 + h^2 \Leftrightarrow g^2 = r^2 + 14^2 \Leftrightarrow g = \sqrt{r^2 + 14^2}$

Então, vem: $A = \dfrac{P}{2} \times g$

$= \dfrac{2\pi r}{2} \times \left(\sqrt{r^2 + 14^2}\right)$

$= \pi r \sqrt{r^2 + 14^2}$ c.q.d.

8.2 Partindo da expressão, $A = \pi r \sqrt{r^2 + 14^2}$ vem:

$282{,}7 = \pi r \sqrt{r^2 + 14^2} \Leftrightarrow r\sqrt{r^2 + 14^2} = \dfrac{282{,}7}{\pi}$

$\Rightarrow \left(r\sqrt{r^2 + 14^2}\right)^2 = \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2$

$\Leftrightarrow r^2\left(r^2 + 14^2\right) = \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2$

$\Leftrightarrow r^4 + 196r^2 - \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2 = 0$

Fazendo $r^2 = t$, a equação transforma-se em:

$\Leftrightarrow t^2 + 196t - \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow t = \dfrac{-196 \pm \sqrt{196^2 + 4 \times \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2}}{2}$

$\Leftrightarrow t \approx 35{,}04704829 \lor t \approx -231{,}0470483$

Excluindo $t \approx -231{,}0470483$, tem-se que:

$r^2 \approx 35{,}04704829 \Leftrightarrow r \approx \sqrt{35{,}04704829}$

$\Leftrightarrow r \approx 5{,}9$ (1 c. d.)

O raio do cone mede, aproximadamente, 5,9 cm.

9. Por um lado, sabe-se que:

Área da base $\times$ *Comprimento* $=$ *Volume*

$\dfrac{x \cdot y}{2} \times 20 = 60$

$\Leftrightarrow x \cdot y = 6 \qquad (1)$

Por outro lado, sabe-se que:

$x^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2 = 5^2 \Leftrightarrow x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 25$

$\Leftrightarrow 4x^2 + y^2 = 100 \Leftrightarrow y^2 = 100 - 4x^2$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{100 - 4x^2} \Leftrightarrow y = 2\sqrt{25 - x^2} \quad (2)$

Substituindo y em (1), vem:

$x \cdot \left(2\sqrt{25 - x^2}\right) = 6 \Leftrightarrow x \cdot \left(\sqrt{25 - x^2}\right) = 3$

$\Rightarrow \left[x \cdot \left(\sqrt{25 - x^2}\right)\right]^2 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 \cdot \left(25 - x^2\right) = 9$

$\Leftrightarrow x^4 - 25x^2 + 9 = 0$

Fazendo $x^2 = t$, a equação transforma-se em:

$\Leftrightarrow t^2 - 25t + 9 = 0$

$\Leftrightarrow t = \dfrac{25 \pm \sqrt{625 - 36}}{2}$

$\Leftrightarrow t \approx 24{,}6346611 \lor t \approx 0{,}3653389005$

Então,

$x^2 \approx 24{,}6346611 \lor x^2 \approx 0{,}3653389005$

$\Leftrightarrow x \approx \sqrt{24{,}6346611} \lor x \approx \sqrt{0{,}3653389005}$

$\Leftrightarrow x \approx 4{,}963331653 \lor x \approx 0{,}604432701$

Substituindo na equação (1), vem:

Para $x \approx 4{,}963331653$

$4{,}963331653 \cdot y = 6 \Leftrightarrow y \approx 1{,}209$

Para $x \approx 0{,}604432701$

$0{,}604432701 \cdot y = 6 \Leftrightarrow y \approx 9{,}927$

***Solução*:**

$\begin{cases} x = 0{,}604\ \text{dm} \\ y = 9{,}927\ \text{dm} \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 4{,}963\ \text{dm} \\ y = 1{,}209\ \text{dm} \end{cases}$

10. Por um lado, sabe-se que:

$\text{Área do canto} = 20$

$\frac{x \cdot y}{2} = 20$

$\Leftrightarrow x \cdot y = 40 \qquad (1)$

Por outro lado, sabe-se que:

$x^2 + y^2 = 10^2 \Leftrightarrow y^2 = 100 - x^2$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{100 - x^2} \Leftrightarrow y = \sqrt{100 - x^2} \quad (2)$

Substituindo y em (1), vem:

$x \cdot \left(\sqrt{100 - x^2}\right) = 40$

$\Rightarrow \left[x \cdot \left(\sqrt{100 - x^2}\right)\right]^2 = 40^2 \Leftrightarrow x^2 \cdot \left(100 - x^2\right) = 1600$

$\Leftrightarrow x^4 - 100x^2 + 1600 = 0$

Fazendo $x^2 = t$, a equação transforma-se em:

$\Leftrightarrow t^2 - 100t + 1600 = 0$

$\Leftrightarrow t = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 6400}}{2}$

$\Leftrightarrow t = 80 \vee t = 20$

Então,

$x^2 = 80 \vee x^2 = 20$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{80} \vee x = \sqrt{20}$

$\Leftrightarrow x \approx 8{,}94427191 \vee x \approx 4{,}472135955$

Substituindo na equação (1), vem:

Para $x \approx 8{,}94427191$

$8{,}94427191 \cdot y = 40 \Leftrightarrow y \approx 4{,}472135955$

Para $x \approx 4{,}472135955$

$4{,}472135955 \cdot y = 40 \Leftrightarrow y \approx 8{,}94427191$

Uma vez que a figura sugere que $x > y$, tem-se como solução $x = \sqrt{80} = 8{,}94$ m e $y = \sqrt{20} = 4{,}47$ m.

11.1 Para $e = 20$, vem:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{20}{980}} \Leftrightarrow T = 0{,}897597901$

Aproximadamente 0,9 segundos (1 c. d.).

11.2 Para $T = 1{,}2$ segundos, vem:

$1{,}2 = 2\pi\sqrt{\frac{e}{980}} \Leftrightarrow \frac{1{,}2}{2\pi} = \sqrt{\frac{e}{980}}$

$\Rightarrow \left(\frac{1{,}2}{2\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{e}{980}}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{1{,}2}{2\pi}\right)^2 = \frac{e}{980}$

$\Leftrightarrow e = 980\left(\frac{1{,}2}{2\pi}\right)^2 \Leftrightarrow e = 35{,}74611359$

Aproximadamente 35,75 cm (2 c. d.).

11.3 Partindo da expressão dada, vamos obter uma do tipo $e = f(T)$.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{980}} \Leftrightarrow \frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{e}{980}}$

$\Rightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{e}{980}}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{e}{980}$

$\Leftrightarrow e = 980\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$

Então, para $T` = 3T$, vem:

$e` = 980\left(\frac{3T}{2\pi}\right)^2 \Leftrightarrow e` = 980 \times 9\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$

$\Leftrightarrow e` = 9e \Leftrightarrow \boxed{e = \frac{1}{9}e`}$

O comprimento do pêndulo de menor período é $\frac{1}{9}$ do comprimento do pêndulo de maior período.