

1.1  $\sqrt{4} + \sqrt{16}$ , designação. Pág. 9

1.2  $\sqrt{4} + \sqrt{16} = 6$ , proposição.

1.3  $\sqrt[3]{8}$ , designação.

1.4  $\sqrt[3]{8} > 2$ , proposição.

1.5  $\{2, 3, 5\}$ , designação.

1.6  $1 \notin \{2, 3, 5\}$ , proposição.

1.7 m.d.c.  $(8, 10)$ , designação.

1.8 m.d.c.  $(8, 10) = 8$ , proposição.

2. A proposição (1.2),  $\sqrt{4} + \sqrt{16} = 6$ , é verdadeira.  
A proposição (1.4),  $\sqrt[3]{8} > 2$ , é falsa, já que  $\sqrt[3]{8} = 2$ .  
A proposição (1.6),  $1 \notin \{2, 3, 5\}$ , é verdadeira.  
A proposição (1.8), m.d.c.  $(8, 10) = 8$ , é verdadeira.

3.1 A primeira: 4 é um número par. Pág. 10

3.2 A primeira: "2+1" e "4-1" são designações do número 3.

3.3 A segunda: " $\left(\frac{1}{2}\right)$ " é uma designação de 0,5.

4.1 A proposição,  $3+2=2+3$ , é verdadeira. Pág. 11

4.2 A proposição, " $3+2$ "=" $2+3$ ", é falsa.

4.3 A proposição, " $5+3 \times 2$ "=" $11$ ", é falsa.

4.4 A proposição, " $4$ "  $\neq$  " $\left(\frac{8}{2}\right)$ ", é verdadeira.

5.1 É verdadeira.

5.2 É falsa.

5.3 É verdadeira.

6.1 O livro escolar não é um instrumento de trabalho. Pág. 12

6.2 O automóvel não é um meio de transporte.

6.3 Nem todos os alunos gostam de matemática.

7.1  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ . Pág. 13

7.2  $\pi$  não é um número irracional.

7.3 Nem todos os números primos são ímpares.

8.1  $2\sqrt{3} \neq \sqrt{12}$ . É falsa.  
 $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ . É verdadeira.  
Nota:  $2\sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$ .

8.2  $\{1\} \not\subset \{1, 2, 3\}$ . É falsa.  
 $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$ . É verdadeira.

8.3  $2^3 \neq 6$ . É verdadeira.  
 $2^3 = 6$ . É falsa.  
Nota:  $2^3 = 8 \neq 6$ .

8.4  $(2\sqrt{5})^2 \neq 20$ . É falsa.  
 $(2\sqrt{5})^2 = 20$ . É verdadeira.  
Nota:  $(2\sqrt{5})^2 = (4 \times 5) = 20$ .

9.1 A proposição é falsa.

9.2  $\sqrt[3]{5} \geq \sqrt[5]{5}$ .

9.3 É verdadeira, visto que  $\sqrt[3]{5} = \sqrt[5]{5}$ .

10.1 A água é um bem essencial e a protecção do ambiente é uma responsabilidade de todos. Pág. 14

10.2 A água não é um bem essencial e a protecção do ambiente é uma responsabilidade de todos.

11.1  $I \wedge m$  Pág. 15

11.2  $I \wedge \sim m$

11.3  $\sim I \wedge \sim m$

12. A proposição de 11.1 é verdadeira;  
a proposição de 11.2 é falsa;  
a proposição de 11.3 é falsa.

13.1  $a \vee b$

13.2  $\sim a \vee \sim b$

14.1 Ou  $1+1=2$  ou a lógica é uma batata. Pág. 16

14.2 Ou a lógica é uma batata ou  $1+1 \neq 2$ .

15. A proposição de 14.1 é verdadeira.  
A proposição de 14.2 é falsa.

16.1 Ou o Paulino tem 17 anos ou a Mia tem 16 anos. (Falsa)

16.2 Ou o Paulino não tem 17 anos ou a Mia tem 16 anos. (Verdadeira)

17.1 É falsa, porque  $p$  e  $q$  são ambas verdadeiras.

17.2 É verdadeira, porque  $\sim p$  é falsa e  $q$  é verdadeira.

18.1  $p \vee q$

18.2  $p \vee q$

18.3  $(p \wedge r) \vee q$

19. Nota: Na proposição  $b$  deste exercício, onde **Pág. 17**

se lê  $b: \frac{7}{3} \neq 2 + \frac{1}{3}$ , deve ler-se  $b: \frac{7}{3} \neq 2 + \frac{1}{3}$ .

19.1 São ambas verdadeiras.

19.2.1  $5 < 9$  e/ou  $\frac{7}{3} \neq 2 + \frac{1}{3}$ . (Verdadeira)

19.2.2  $5 \geq 9$  e/ou  $\frac{7}{3} \neq 2 + \frac{1}{3}$ . (Falsa)

19.2.3  $5 \geq 9$  e/ou  $\frac{7}{3} \neq 2 + \frac{1}{3}$ . (Verdadeira)

20. Se  $p \vee q$  é verdadeira, então uma das proposições é verdadeira e outra é falsa.

20.1 É verdadeira, porque uma das proposições é verdadeira.

20.2 É verdadeira, porque uma das proposições é verdadeira.

21.1 É verdadeira. Uma das proposições é verdadeira.

21.2 É falsa. Uma das proposições é falsa.

21.3 É verdadeira. Uma das proposições é verdadeira.

22.1  $q \rightarrow r$  **Pág. 18**

22.2  $p \rightarrow \sim r$

22.3  $\sim r \rightarrow \sim q$

22.4  $(\sim r \wedge q) \rightarrow r$

23.1 Se  $2 + 2 = 5$ , então  $\pi$  não é um número irracional.

23.2 Se  $2 + 2 \neq 5$ , então  $\sqrt{3}$  é um número irracional.

23.3 Se  $\pi$  e  $\sqrt{3}$  são números irracionais, então  $2 + 2 \neq 5$ .

23.4 Se  $2 + 2 = 5$  ou  $\sqrt{3}$  não é um número irracional, então  $\pi$  não é um número irracional.

24. A proposição de 23.1 é verdadeira, uma vez que  $a$  e  $\sim b$  são proposições falsas.

A proposição de 23.2 é verdadeira, uma vez que  $\sim a$  e  $c$  são proposições verdadeiras.

A proposição de 23.3 é verdadeira, uma vez que  $(b \wedge c)$  e  $\sim a$  são proposições verdadeiras.

A proposição de 23.4 é verdadeira, uma vez que  $(a \vee \sim c)$  e  $\sim b$  são proposições falsas.

25. Se  $p \rightarrow q$  é falsa, então a proposição  $p$  é verdadeira e a proposição  $q$  é falsa.

25.1 É falsa, porque ambas as proposições  $(\sim p \vee q)$  são falsas.

25.2 É falsa, porque uma das proposições é falsa.

25.3 É verdadeira. Uma das proposições é verdadeira.

26.1 Paulino estuda matemática se e só se quer ser cientista. **Pág. 19**

26.2 Paulino estuda matemática se e só se não quer ser jornalista.

26.3 Paulino estuda matemática e quer ser cientista se e só se não quer ser jornalista.

27.1 12 é um número par se e só se  $\frac{1}{3}$  é um número irracional.

27.2 12 é um número par se e só se  $\sqrt{2}$  não é um número irracional.

27.3 12 não é um número par se e só se  $\frac{1}{3}$  e  $\sqrt{2}$  são números racionais.

27.4 12 é um número par e  $\sqrt{2}$  é um número racional se e só se  $\frac{1}{3}$  é um número racional.

28. A proposição de 27.1 é verdadeira.  
A proposição de 27.2 é falsa.  
A proposição de 27.3 é verdadeira.  
A proposição de 27.4 é falsa.

29. Se  $a \leftrightarrow b$  é verdadeira, então as duas proposições têm o mesmo valor lógico (ambas verdadeiras ou ambas falsas).

29.1 É verdadeira, porque uma das proposições é verdadeira.

29.2 É verdadeira, porque as proposições  $(a \wedge b)$  e  $\sim a$  não têm o mesmo valor lógico.

29.3 É verdadeira, porque as proposições  $(a \vee b)$  e  $a$  têm o mesmo valor lógico.

30.1 **Pág. 20**

$p$	$\vee$	$q$	$\leftrightarrow$	$q$	$\vee$	$p$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0

30.2

$p$	$\wedge$	$V$	$\leftrightarrow$	$V$	$\wedge$	$p$	$\leftrightarrow$	$p$
1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	0

30.3

$p$	$\vee$	$p$	$\leftrightarrow$	$p$
1	1	1	1	1
0	0	0	1	0

31.1

$(a \wedge b) \rightarrow (a \vee b)$							
1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0

↑

31.2

$b \rightarrow (\neg a \rightarrow b)$					
1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0

↑

31.3

$\neg(a \vee b) \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b)$									
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1	0

↑   ↑   ↑

32.

$p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$													
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

↑   ↑   ↑

33.1 É falsa (0).

Pág. 21

33.2 É falsa (0).

33.3 É falsa (0).

34.1  $\neg a \vee b$

34.2  $(\neg a \vee \neg b) \vee c$

34.3  $a \wedge \neg b$

34.4  $(\neg a \wedge b) \vee c$

35.1  $5 \geq 7 \vee 7 \geq 9$

Pág. 22

35.2  $3 \leq 2 \wedge 3 \leq -2$

36.1 Jorge não é médico e/ou estuda matemática.

36.2 Jorge é médico e estuda matemática.

37.1  $a \wedge (\neg a \wedge b) \leftrightarrow a \wedge \neg a \wedge b$   
 $\leftrightarrow F \wedge b \leftrightarrow F$

37.2  $a \vee (\neg a \vee b) \leftrightarrow a \vee \neg a \vee b$   
 $\leftrightarrow V \vee b \leftrightarrow V$

37.3  $a \wedge (b \vee \neg a) \leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge \neg a)$   
 $\leftrightarrow (a \wedge b) \vee F \leftrightarrow a \wedge b$

37.4  $a \vee (b \wedge \neg a) \leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee \neg a)$   
 $\leftrightarrow (a \vee b) \wedge V \leftrightarrow a \vee b$

38. Pode concluir-se que a proposição é verdadeira.

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

39.

$p \vee q \leftrightarrow \neg p \rightarrow q$							
1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0

↑   ↑   ↑

40.1  $\neg a \wedge \neg b$

Pág. 23

40.2  $a \wedge \neg b \wedge \neg c$

40.3  $a \wedge b \wedge c$

41.  $2 \times 3 + 7 = 13$  e  $5 \times (2 \times 3 + 7) \neq 60$

42.  $(a \rightarrow b) \wedge (a \wedge b)$

Pág. 24

$\leftrightarrow (\neg a \vee b) \wedge (a \wedge b)$   
 $\leftrightarrow (\neg a \wedge a \wedge b) \wedge (b \wedge a \wedge b)$   
 $\leftrightarrow F \vee (b \wedge a)$   
 $\leftrightarrow (b \wedge a)$

43.

$\neg(a \leftrightarrow b) \leftrightarrow a \dot{\vee} b$							
0	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	0	0

↑   ↑   ↑

44.1  $2 + 2 = 5 \dot{\vee} 2 + 2 \neq 4$

44.2  $2 \times 3 = 5 \dot{\vee} 2 \times 2 + 1 = 7$

45.

$(p \rightarrow p) \leftrightarrow q \leftrightarrow p \vee q$							
1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	1	0	0

↑   ↑   ↑

46.1  $a \vee b$

46.2  $p$

46.3  $a$

46.4  $b$

49.  $p \rightarrow q \wedge (p \vee r)$

Pág. 25

$$p \rightarrow q(q \leftrightarrow q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow \sim p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee q \rightarrow \sim r \wedge q)$$

1. Resposta: (D).

Pág. 26

2. Resposta: (C).

3. Se  $a \leftrightarrow b$  é falsa, então uma das proposições é verdadeira e outra é falsa.

Assim,

(B) é verdadeira, porque as proposições  $\sim p$  e  $q$  têm o mesmo valor lógico.

(C) é verdadeira, porque as proposições  $p$  e  $q$  têm valor lógico diferente.

Logo as respostas (B) e (C) estão correctas.

Nota: Por lapso, existem duas respostas correctas.

4. Resposta: (A).

5. Resposta: (B).

6. Resposta: (D).

7. Resposta: (C).

8.1  $\sim r \wedge q$

Pág. 27

A Olívia não era estudante e o Jeremias era pescador.

$$\sim q \rightarrow r$$

Se o Jeremias não era pescador, então a Olívia era estudante.

$$p \wedge q \wedge r$$

O Eusébio foi futebolista e o Jeremias era pescador e a Olívia era estudante.

8.2  $\sim r \wedge q$ : verdadeira.

$\sim q \rightarrow r$ : verdadeira.

$p \wedge q \wedge r$ : falsa.

9.1.1  $\sim a \vee b$

9.1.2  $a \rightarrow b \vee c$

9.1.3  $a \wedge \sim c \rightarrow \sim b$

9.2 A proposição de 9.1.1 é verdadeira.

A proposição de 9.1.2 é verdadeira.

A proposição de 9.1.3 é verdadeira.

10.1 Ordem possível de preenchimento da tabela:

$\sim$	$a$	$\rightarrow$	$(\sim$	$a$	$\vee$	$b$	$\rightarrow$	$a$	$\wedge$	$b)$	$\leftrightarrow$	$a$
0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
2.º	1.º	7.º	3.º	1.º	5.º	1.º	6.º	1.º	4.º	1.º	1.º	

10.2  $\sim a \rightarrow (\sim a \vee b \rightarrow a \wedge b)$

$$\Leftrightarrow a \vee (\sim a \vee b \rightarrow a \wedge b)$$

$$\Leftrightarrow a \vee [(a \wedge \sim b) \vee a \wedge b]$$

$$\Leftrightarrow a \vee [a \wedge (\sim b \vee b)]$$

$$\Leftrightarrow a \vee [a \wedge V]$$

$$\Leftrightarrow a \vee V$$

$$\Leftrightarrow a$$

11.1 O Manuel não estuda Física nem Matemática.

11.2 O Manuel estuda Física e Matemática e não estuda Biologia.

É verdadeira a proposição  $a \wedge b \wedge \sim c$ .